2016年广州市普通高中毕业班综合测试（一）

数　学（文科）

2016.3

注意事项：

1. 本试卷分第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分。答卷前，考生务必将自己的姓名和考生号、试室号、座位号填写在答题卡上，并用铅笔在答题卡上的相应位置填涂考生号。
2. 回答第Ⅰ卷时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。写在本试卷上无效。
3. 回答第Ⅱ卷时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。
4. 考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第Ⅰ卷

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

（1）已知集合 $A=\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 1\}$，$B=\{x\mid x^2-2x\leqslant 0\}$，则 $A\cap B=$

（A）$\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 2\}$　（B）$\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 0\}$

（C）$\{x\mid 1\leqslant x\leqslant 2\}$　（D）$\{x\mid 0\leqslant x\leqslant 1\}$

（2）已知复数 $z=\dfrac{3+\mathrm{i}}{1+\mathrm{i}}$，其中 i 为虚数单位，则复数 z 所对应的点在

（A）第一象限　（B）第二象限　（C）第三象限　（D）第四象限

（3）已知函数 $f(x)=\begin{cases}x^2-x, & x\leqslant 1,\\ \dfrac{1}{1-x}, & x>1,\end{cases}$ 则 $f(f(-2))$ 的值为

（A）$\dfrac{1}{2}$　（B）$\dfrac{1}{5}$　（C）$-\dfrac{1}{5}$　（D）$-\dfrac{1}{2}$

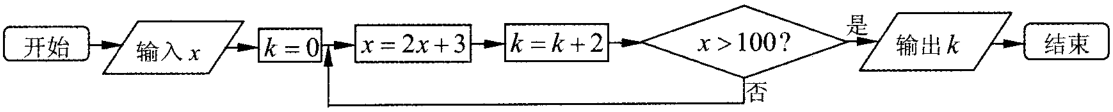
（4）设 P 是 $\triangle ABC$ 所在平面内的一点，且 $\overrightarrow{CP}=2\overrightarrow{PA}$，则 $\triangle PAB$ 与 $\triangle PBC$ 的面积之比是

（A）$\dfrac{1}{3}$　（B）$\dfrac{1}{2}$　（C）$\dfrac{2}{3}$　（D）$\dfrac{3}{4}$

（5）如果函数 $f(x)=\cos\left(\omega x+\dfrac{\pi}{4}\right)(\omega>0)$ 的相邻两个零点之间的距离为 $\dfrac{\pi}{6}$，则 ω 的值为

（A）3　（B）6　（C）12　（D）24

(6) 执行如图所示的程序框图，如果输入 $x=3$，则输出 k 的值为



(A) 6　　(B) 8　　(C) 10　　(D) 12

(7) 在平面区域 $\{(x,y)|0\leqslant x\leqslant 1,1\leqslant y\leqslant 2\}$ 内随机投入一点 P，则点 P 的坐标 (x,y) 满足 $y\leqslant 2x$ 的概率为

(A) $\frac{1}{4}$　　(B) $\frac{1}{2}$　　(C) $\frac{2}{3}$　　(D) $\frac{3}{4}$

(8) 已知 $f(x)=\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$，若 $\sin\alpha=\frac{3}{5}$ $\left(\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi\right)$，则 $f\left(\alpha+\frac{\pi}{12}\right)=$

(A) $-\frac{7\sqrt{2}}{10}$　　(B) $-\frac{\sqrt{2}}{10}$　　(C) $\frac{\sqrt{2}}{10}$　　(D) $\frac{7\sqrt{2}}{10}$

(9) 如果 P_1，P_2，…，P_n 是抛物线 C：$y^2=4x$ 上的点，它们的横坐标依次为 x_1，x_2，…，x_n，F 是抛物线 C 的焦点，若 $x_1+x_2+\cdots+x_n=10$，则 $|P_1F|+|P_2F|+\cdots+|P_nF|=$

(A) $n+10$　　(B) $n+20$　　(C) $2n+10$　　(D) $2n+20$

(10) 一个六棱柱的底面是正六边形，侧棱垂直于底面，所有棱的长都为 1，顶点都在同一个球面上，则该球的体积为

(A) 20π　　(B) $\frac{20\sqrt{5}\pi}{3}$　　(C) 5π　　(D) $\frac{5\sqrt{5}\pi}{6}$

(11) 已知下列四个命题：

p_1：若直线 l 和平面 α 内的无数条直线垂直，则 $l\perp\alpha$；

p_2：若 $f(x)=2^x-2^{-x}$，则 $\forall x\in\mathbf{R}$，$f(-x)=-f(x)$；

p_3：若 $f(x)=x+\frac{1}{x+1}$，则 $\exists x_0\in(0,+\infty)$，$f(x_0)=1$；

p_4：在 $\triangle ABC$ 中，若 $A>B$，则 $\sin A>\sin B$.

其中真命题的个数是

(A) 1　　(B) 2　　(C) 3　　(D) 4

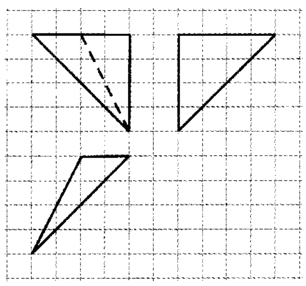
(12) 如图，网格纸上小正方形的边长为 1，粗线画出的是某个四面体的三视图，则该四面体的表面积为

(A) $8+8\sqrt{2}+4\sqrt{6}$

(B) $8+8\sqrt{2}+2\sqrt{6}$

(C) $2+2\sqrt{2}+\sqrt{6}$

(D) $\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{6}}{4}$



第Ⅱ卷

本卷包括必考题和选考题两部分. 第 13 题 ~ 第 21 题为必考题，每个试题考生都必须做答. 第 22 题 ~ 第 24 题为选考题，考生根据要求做答.

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分.

(13) 函数 $f(x)=x^3-3x$ 的极小值为________.

(14) 设实数 x，y 满足约束条件 $\begin{cases}x-2y-3\leqslant 0,\\ x+2y-3\leqslant 0,\\ x\geqslant -3,\end{cases}$ 则 $z=-2x+3y$ 的取值范围是________.

(15) 已知双曲线 $C:\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$ 的左顶点为 A，右焦点为 F，点 $B(0,b)$，且 $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BF}=0$，则双曲线 C 的离心率为________.

(16) 在 $\triangle ABC$ 中，点 D 在边 AB 上，$CD\perp BC$，$AC=5\sqrt{3}$，$CD=5$，$BD=2AD$，则 AD 的长为________.

三、解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

(17)（本小题满分 12 分）

已知数列 $\{a_n\}$ 是等比数列，$a_2=4$，a_3+2 是 a_2 和 a_4 的等差中项.

（Ⅰ）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

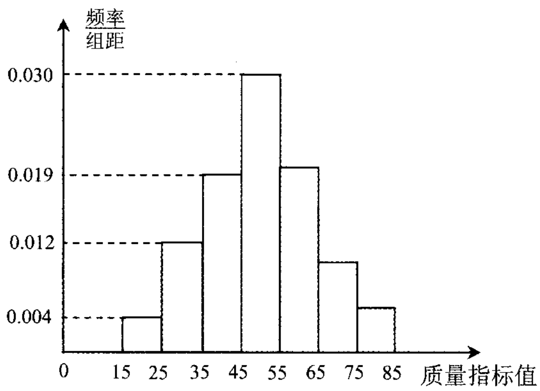
（Ⅱ）设 $b_n=2\log_2 a_n-1$，求数列 $\{a_nb_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

(18)（本小题满分 12 分）

从某企业生产的某种产品中抽取 100 件，测量这些产品的质量指标值，由测量结果得到如图所示的频率分布直方图，质量指标值落在区间 $[55,65)$，$[65,75)$，$[75,85]$ 内的频率之比为 4∶2∶1.

（Ⅰ）求这些产品质量指标值落在区间 $[75,85]$ 内的频率；

（Ⅱ）用分层抽样的方法在区间 $[45,75)$ 内抽取一个容量为 6 的样本，将该样本看成一个总体，从中任意抽取 2 件产品，求这 2 件产品都在区间 $[45,65)$ 内的概率.

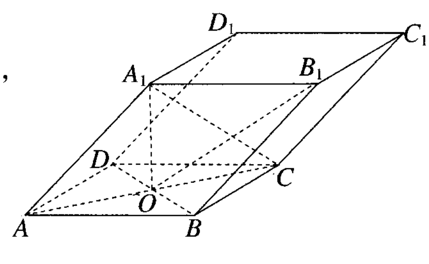


(19)（本小题满分 12 分）

如图，四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面 $ABCD$ 是菱形，$AC\cap BD=O$，$A_1O\perp$ 底面 $ABCD$，$AB=AA_1=2$.

（Ⅰ）证明：$BD\perp$ 平面 A_1CO；

（Ⅱ）若 $\angle BAD=60^\circ$，求点 C 到平面 OBB_1 的距离.



(20)（本小题满分 12 分）

已知椭圆 C 的中心在坐标原点，焦点在 x 轴上，左顶点为 A，左焦点为 $F_1(-2,0)$，点 $B(2,\sqrt{2})$ 在椭圆 C 上，直线 $y=kx(k\neq 0)$ 与椭圆 C 交于 E，F 两点，直线 AE，AF 分别与 y 轴交于点 M，N.

（Ⅰ）求椭圆 C 的方程；

（Ⅱ）在 x 轴上是否存在点 P，使得无论非零实数 k 怎样变化，总有 $\angle MPN$ 为直角？若存在，求出点 P 的坐标；若不存在，请说明理由.

(21)（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=me^x-\ln x-1$.

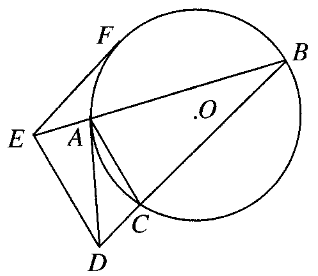
（Ⅰ）当 $m=1$ 时，求曲线 $y=f(x)$ 在点 $(1,f(1))$ 处的切线方程；

（Ⅱ）当 $m\geqslant 1$ 时，证明：$f(x)>1$.

请考生在第 22、23、24 题中任选一题做答，如果多做，则按所做的第一题计分. 做答时请写清题号.

(22)（本小题满分 10 分）选修 4－1：几何证明选讲

如图所示，$\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$，直线 AD 与 $\odot O$ 相切于点 A，交 BC 的延长线于点 D，过点 D 作 $DE\parallel CA$ 交 BA 的延长线于点 E.



（Ⅰ）求证：$DE^2=AE\cdot BE$；

（Ⅱ）若直线 EF 与 $\odot O$ 相切于点 F，且 $EF=4$，$EA=2$，求线段 AC 的长.

(23)（本小题满分 10 分）选修 4－4：坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中，以坐标原点 O 为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，曲线 C 的极坐标方程为 $\rho=2\sin\theta$，$\theta\in[0,2\pi)$.

（Ⅰ）求曲线 C 的直角坐标方程；

（Ⅱ）在曲线 C 上求一点 D，使它到直线 l：$\begin{cases}x=\sqrt{3}t+\sqrt{3},\\ y=-3t+2\end{cases}$（$t$ 为参数，$t\in\mathbf{R}$）的距离最短，并求出点 D 的直角坐标.

(24)（本小题满分 10 分）选修 4－5：不等式选讲

设函数 $f(x)=|x+\sqrt{a}|-|x-\sqrt{1-a}|$.

（Ⅰ）当 $a=1$ 时，求不等式 $f(x)\geqslant\frac{1}{2}$ 的解集；

（Ⅱ）若对任意 $a\in[0,1]$，不等式 $f(x)\geqslant b$ 的解集为空集，求实数 b 的取值范围.